

правого края цилиндра относительно левого. Решения в деформациях и напряжениях не заданы и, вообще говоря, могут быть произвольными. С помощью прямого решения получены примерные значения искоемых углов.

Эти значения использовались для верификации решения задачи проектирования по разработанному алгоритму. Решение задачи проектирования состояло в том, что она была сведена к задаче проектирования перемещений. Поиск глобального минимума функционала приводит к следующим ответам:

$$\varphi_1 = 0,21 \text{ рад}; \varphi_2 = 1,51 \text{ рад и } \varphi_1 = 0,21 \text{ рад}; \varphi_2 = -1,51 \text{ рад}.$$

Решения получились близкими. Для найденных углов укладки удлинение и закрутка имели порядок десять в минус шестой:

$$\varepsilon_0 = -3,4536410 \cdot 10^{-7} T; \gamma_0 = 1,2573710 \cdot 10^{-7} T.$$

Выводы. В статье рассмотрены постановки задач управления и проектирования в рамках краевой обобщенной задачи связанной термоупругости.

Список литературы: 1. Бахышев Ш.М. Обратные задачи термоупругости. – М.: Прометей, 2002. – 152 с. 2. Пискунов В.Г., Силепов В.С. Уточненная модель распределения температурного поля для решения задач термоупругости слоистых систем // Доповіді УССР, Серія А, №51987. – С. 49-52. 3. Кирюхин В.Ю. Постановка и разработка алгоритмов решения задач управления напряжениями и деформациями в теории термоупругости. Автореф. дис. канд. физ.-мат. наук. – Пермь, 2000. – 20 с.

Поступила в редакцию 09.07.2008.

УДК 620.171.3, 53.072.11

А.А.ТЕСЛЕНКО, канд.физ.-мат.наук, НТУ «ХПИ»

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТОЧНОСТИ МЕТОДА ФОТОУПРУГОСТИ.

У роботі розглядається новий метод визначення точності методу фотопружності. Суть методу полягає у використанні модельного засобу визначення точності. Точність визначається у порівнянні початкових (модельних) напружень та визначених у змодельованому засобі вимірювання. У якості початкового (модельного) напруження запропоновано використовувати визначені у реальному експерименті напруження. Досліджена коректність цього засобу дослідження точності.

New method of accuracy definition for the method of photoelasticity are examined in work. Essence of a method consist of modelling way of accuracy determination. Accuracy is determined in comparison of initial (modelling) stresses and stresses that determined in the simulated way of measurement. The stresses that determined in real experiment are used as initial (modelling) the stresses. The correctness of this method is investigated.

1. Введение. В работах [1-4] указывалось на тенденцию к сравнительно интенсивному использованию метода фотоупругости в последние годы по сравнению с 1980-90-ми годами, когда наблюдался глубокий спад в использовании этого метода. В этих же работах проводились модельные исследования метода фотоупругости. В этих исследованиях, среди прочего, определялась погрешность метода фотоупругости.

2. Актуальность рассматриваемой проблемы. Сложность определения погрешности в результирующих напряжениях связана с многоэтапностью алгоритма и с тем фактом, что задача фотоупругости относится к, так называемым, обратным задачам, в которых погрешность может стремиться к бесконечности. Особенно большую трудность вызывает зависимость погрешности от величины самих определяемых напряжений. На практике это проявляется в том, что попытки получить аналитические оценки верхних границ, которые не могут превышать погрешности в напряжениях, для многих алгоритмов приводят к невероятно большим величинам. Например, очень большие величины погрешности получаются, если в части алгоритма относящейся к решению системы линейных уравнений, использовать для оценки верхних границ погрешности соответствующие выражения с числом обусловленности [5,6]. Оценки относятся к верхним пределам и не характеризуют реальную погрешность для напряжений конкретной величины и конкретного вида. Так в модельных исследованиях [1-4,5,6] показана устойчивость многих алгоритмов фотоупругости.

3. Постановка задачи. В настоящей работе предлагается корректный способ определения погрешности в напряжениях. В численных экспериментах [1-4] погрешность в напряжениях определялась относительно напряжений, заданных в модели. На основе заданного распределения напряжений имитировались тело, измерительный процесс, вычислялось поле напряжений. Погрешность определялась разностью с исходными напряжениями, которые в идеальном измерительном и вычислительном процессе должны совпадать с исходными. В реальном эксперименте напряжения в теле нам не известны и казалось такой метод применить невозможно. Однако, если использовать определенные методом фотоупругости напряжения вместо модельных, то возникает оригинальная возможность определения погрешности напряжений. А именно, мы повторно определим напряжения, но используя модельную технологию, описанную в [1-4], используя найденные в экспериментах напряжения как модельные. Если такой метод окажется корректным, это будет метод учитывающий вид напряжений (соотношение между нормальными и сдвиговыми компонентами). Из работ [1-4] следует существенная зависимость погрешности от вида и величины напряжений.

4. Метод определения напряжений. Методика определения напряжений и математическая постановка идентична методикам в [1,2,4]. Для простоты сравнения использовался то же вещество (LiF). Здесь математическую модель опишем кратко. Условия равновесия учтем выполнением интегральных уравнений для любой области тела:

$$\iiint_V \operatorname{div}(\vec{\sigma}_{i*}) dV = 0, \quad (1)$$

где $\vec{\sigma}_{i*}$ – вектор силы с координатами $(\sigma_{i1}, \sigma_{i2}, \sigma_{i3})$; σ_{ij} – тензор напряжений. Решим задачу поиска напряжений в конечно элементном виде. Узловые напряже-

ния σ_{ij}^ℓ для всех узлов могут определяться совместным решением уравнений равновесия (1), записанных для всех элементов и уравнений фотоупругости

$$A_{ij}^{\bar{n}} \sigma_{ij}^\ell = \delta^{\bar{n}} \cos(2\varphi^{\bar{n}}), \quad (2)$$

определенных для направлений \vec{n} в узлах ℓ . Уравнения (2) представляют собой уравнения, связывающие напряжения и измеряемые параметры описанные, например, в [1-4]. В формуле (2): $\delta^{\bar{n}}$ – оптическая разность хода; $\varphi^{\bar{n}}$ – оптический параметр угла изоклины; $A_{ij}^{\bar{n}}$ – коэффициенты, являющиеся функцией пьезооптических коэффициентов, показателя преломления, толщины просвечиваемого слоя, ориентации направления просвечивания и ориентации системы координат, в которой определяются напряжения. Решением систем линейных уравнений (1,2) получают искомые узловые напряжения σ_{ij}^ℓ в работах [1-4].

5. Численный эксперимент. Почти полностью аналогичен [1], за исключением того факта, что модельные напряжения сами получены из исходной аналитически заданной модели приближенно. Имитируется ситуация, когда мы имеем приближенно полученные экспериментальные результаты. Используя их по алгоритму [1] оцениваем распределение погрешности.

6. Обсуждение результатов. Показывать здесь распределение напряжений и ошибку в них смысла нет. Эти распределения аналогичны показанным в [1,2]. При применении метода регуляризации с коэффициентом регуляризации 0.01, разница в оценках погрешности на порядок меньше самой погрешности. Уменьшение коэффициента регуляризации приводит к неустойчивости как самого решения так и оценок погрешности. Но и в этом случае можно определить момент наступления неустойчивости при уменьшении коэффициента регуляризации.

7. Выводы. Погрешность в напряжениях имеет существенную зависимость от величины и вида напряжений. Предложенный метод дает возможность определить погрешность в напряжениях в связи с их величиной и распределением по компонентам σ_{ij} . Также, предложенный метод дает возможность оптимизации параметров алгоритма (в данном выше примере коэффициента регуляризации).

Список литературы: 1. Тесленко А.А. Методы конечных элементов и фотоупругости // Вестник национального технического университета «ХПИ»: Тематический выпуск «Динамика и прочность машин». – Харьков: НТУ «ХПИ». – 2005. – № 22. – С. 143-148. 2. Тесленко А.А. Некоторые подробности применения метода конечных элементов в фотоупругости // Вестник национального технического университета «ХПИ»: Тематический выпуск «Динамика и прочность машин». – Харьков: НТУ «ХПИ». – 2006. – № 21. – С. 183-186. 3. Тесленко А.А. Автоматизация пьезооптических измерений // Вестник национального технического университета «ХПИ»: Тематический выпуск «Динамика и прочность машин». – Харьков: НТУ «ХПИ». – 2006. – №32. – С. 153-156. 4. Тесленко А.А. Фильтрация пьезооптических измерений в методе фотоупругости // Вестник национального технического университета «ХПИ»: Тематический выпуск «Динамика и прочность машин». – Харьков: НТУ «ХПИ». – 2007. – № 22. – С.169-171. 5. Тесленко А.А., Каплан М.С., Ту-

ман Б.Л., Тихонова Е.В. Систематическое исследование метода наклонного просвечивания. Часть I // Препринт-ИМК-91-4, Харьков. – 1991 – С. 67. 6. Тесленко А.А., Каплан М.С., Тиман Б.Л., Тихонова Е.В. Систематическое исследование метода наклонного просвечивания. Часть II // Препринт-ИМК-91-5, Харьков. – 1991 – С. 78.

Поступила в редколлегию 05.05.2008

УДК 539.534.1

С.В.ФИЛИПКОВСКИЙ, канд.техн.наук; ИПМаш НАН Украины, Харьков

УСОВЕРШЕНСТВОВАННЫЙ АЛГОРИТМ АНАЛИЗА ДИНАМИКИ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ

Для оптимізації параметрів систем, які роблять коливальні рухи, актуальні малий час і висока точність рахування задачі аналізу. Цього потребує багатократне повторення розрахунків при визначенні екстремуму функції цілі. В статті запропонований алгоритм аналізу перехідних коливальних процесів, викликаних короточасними або раптовими навантаженнями систем з гіроскопічними силами й нелінійним демпфуванням. Для рішення диференціальних рівнянь руху спільно використані методи Рунге-Кутта й Адамса. Визначено умови й розроблена процедура зміни методу інтегрування.

For optimization of parameters of the systems making oscillating motions low time and high accuracy of the analysis task account is an actual problem. It is required by multiply iterates during a determination of the objective function extremum. In the paper the analysis algorithm for the transient processes caused by short-term or sudden loadings of systems with gyroscopic forces and a nonlinear damping is offered. For the solution of movement differential equations Runge-Kutta and Adams methods are jointly used. Conditions of a change of the integration method are determined and the procedure is developed.

Постановка проблемы. Динамические процессы в нелинейных системах описываются дифференциальными уравнениями, которые чаще всего решают численными методами [1]. В настоящей работе рассмотрены численные методы анализа переходных колебательных процессов ударопоглощающих подвесок агрегатов самолетов. Обзор публикаций поданному вопросу дан в работах [2-4].

Решение рассматриваемой задачи используется в оптимизационных процедурах. Они предполагают многократное повторение этих решений при разных исходных данных. Поэтому процедура расчетов должна требовать небольших вычислительных затрат. В работе [5] проведен анализ численных методов решения рассматриваемой проблемы с точки зрения быстроты расчетов. В настоящей статье рассмотрен расчет авиационных конструкций. Они должны иметь минимальный вес, поэтому им не дают избыточных запасов прочности. Поскольку к надежности летательных аппаратов предъявляются особые требования, то точность расчета имеет такую же важность.

Целью работы является анализ точности решения нестационарных задач колебаний нелинейных подвесок авиационного оборудования различными численными методами и разработка рекомендаций по их выбору и применению.

Интегрирование методами второго и высших порядков. Погрешность решения задачи состоит из погрешности задания исходных данных, по-